Université Paris 7 - Denis Diderot PF1
L1 info Année 2010-2011, 1^{er} semestre

Rappel de Cours n°1

Numération

$\forall x \in \mathbb{N}$**,** $x^0 = 1$ **et** $x^1 = x$**.**

1 Représentation d'un nombre en base b

Soit un nombre entier positif N dont la représentation en base b est : $(a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0)_b$
Par définition, sa valeur (en base 10) est alors :

$$a_n \times b^n + a_{n-1} \times b^{n-1} + \cdots + a_2 \times b^2 + a_1 \times b^1 + a_0 \times b^0$$

Théorème 1 *Pour tous $b > 0$ et $N \in \mathbb{N}$, il existe une unique représentation de N en base b.*

Elle peut être obtenue par divisions euclidiennes successives :
Comme $b > 0$ et $N \geq 0$, il existe un unique *quotient* $q_0 \geq 0$ et un unique *reste* $0 \leq a_0 \leq b-1$ tels que

$$\begin{array}{rcl} N &=& q_0 b + a_0 \\ q_0 &=& q_1 b + a_1 \\ \dots &=& \dots \\ q_{k-2} &=& q_{k-1} b + a_{k-1} \\ q_{k-1} &=& 0\,b + a_k \text{ où } q_{k-1 \leq b-1} \end{array}$$

L'algorithme s'arrête quand le quotient est nul.

2 Passage de la base b à la base 10 :

Par calcul direct

Dire que $N \in \mathbb{N}$ est égal à $(a_n a_{n-1} \dots a_0)_b$, c'est dire :

$$N = a_n \times b^n + \cdots + a_1 \times b^1 + a_0 \times b^0$$

Méthode de Horner : Factorisation

Exprimer

$$a_n \times b^n + \cdots + a_1 \times b + a_0$$

en :

$$(a_n \times b^{n-1} + \cdots + a_1) \times b + a_0$$

puis refaire cette opération à l'intérieur des parenthèses, afin d'obtenir :

$$((\dots(((a_n) \times b + a_{n-1}) \times b + a_{n-2}) \times b + \cdots + a_2) \times b + a_1) \times b + a_0$$

Cette méthode est celle qui demande le moins d'opérations.