

Principes de fonctionnement des machines binaires

Cédric Herpson

cedric.herspson@lip6.fr

<http://www-desir.lip6.fr/~herspsonc/pf1.htm>

Le contenu de ces transparents est basé sur les cours de Jean-Marie Rifflet (Paris 7), Frédéric Goualard (Nantes) et Lucien Ungaro (Rennes1)

<http://www.pps.jussieu.fr/~rifflet/enseignements/PF1/#Contenu>

Architecture générale des ordinateurs (1 séance)

Partie 1

- **Représentation des nombres.** (5 séances)
 - Changements de bases, Euclide, Horner
 - Représentation des entiers, flottants, nombres négatifs
- **Codage** (2 séances)
 - Théorie des codes
 - Image/son

Partie 2

- **Calcul propositionnel** (2 séances)
 - Operateurs logiques, tables de vérité, lois de Morgan
- **Circuits logiques** (2 séances)
 - Diagrammes de Karnaugh, additionneurs, multiplexeurs, codage/décodage

Partie 3

- **Langage machine** (1 séance)
 - Instructions, modes d'adressages

Systemes de numération

I. Différents systèmes de numération

1. Systèmes additifs
2. Systèmes purement positionnels
3. Systèmes de numération mixtes

II. Le cas des systèmes de numération positionnels

1. Conversion représentation décimale \rightarrow base b
2. Conversion base $b \rightarrow$ représentation décimale

III. Retour en primaire (+, -, *)

1. Base 2
2. Base 16

IV. Et avec une virgule ?

I. Différents systèmes de numération

Définition: La **numération** désigne le mode de représentation des nombres.








1. Systèmes additifs

- Chaque caractère utilisé dans la représentation d'un nombre à une valeur indépendante de sa position
- Le nombre représenté est la somme des nombres associés aux symboles qui composent sa représentation.
 - Numération égyptienne,
 - Numération grecque,
 - Numération romaine,
 - Numération forestière,...


































L'exemple de la numération Egyptienne

A propos de la numération Egyptienne

Les 7 signes utilisés pour écrire les nombres

						
1	10	100	1000	10000	100000	1000000

Quelques nombres

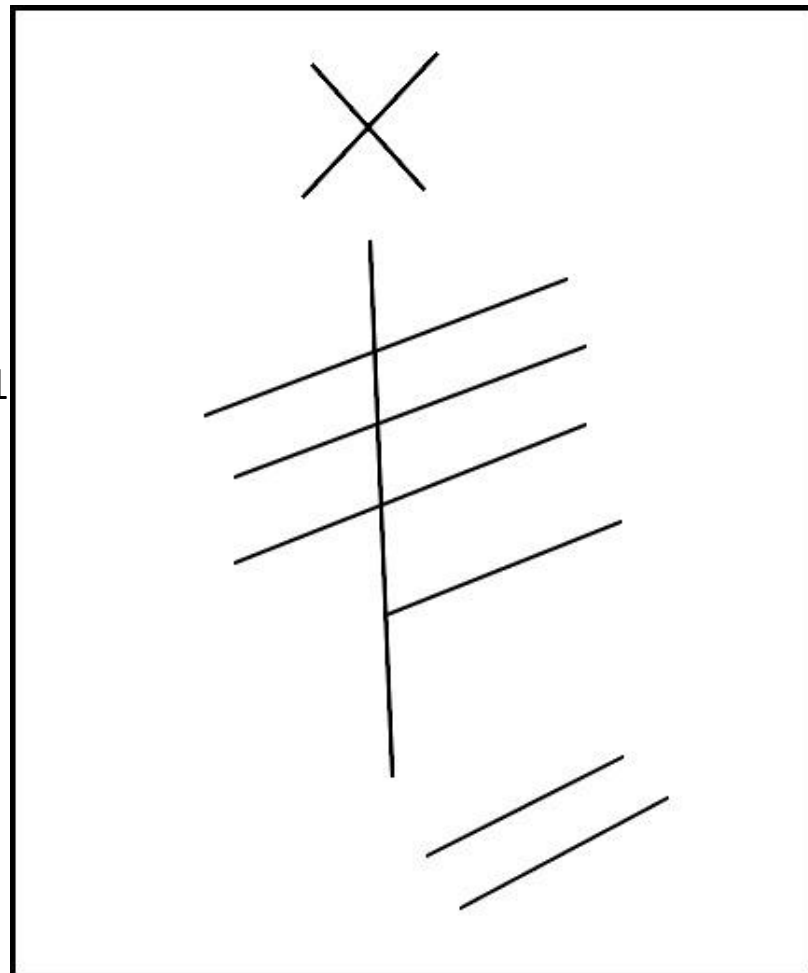
 	
    	
      	
   	
       	10 016
  	100 200
   	1 000 030

La numération Forestière

Identification des arbres pour la vente ou l'affouage

- Une ligne de référence
- Une croix (au-dessus de la ligne) = 100
- Un trait traversant la ligne = 10
- Un trait s'arrêtant sur la ligne de référence = 5
- Un trait oblique placé en dessous et à droite = 1

Ici : $100+10*3+5+2*1=137$



La numération Romaine

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

4538 ⇔ MMMM DXXX VIII

Variante soustractive :

- Le I placé avant le V ou le X correspond à une soustraction
- Le X placé avant le L ou le C correspond à une soustraction
- Le C placé avant le D ou le M correspond à une soustraction

- XLV ⇔ 45 et 54 ? LIV
- MMMM CM XC IX ? ⇔ $10 - 1 + 100 - 10 + 1\ 000 - 100 + 1\ 000 * 4 = 4\ 999$
- 1999 ? ⇔ M CM XC IX ou M CM XC VIII ou autre

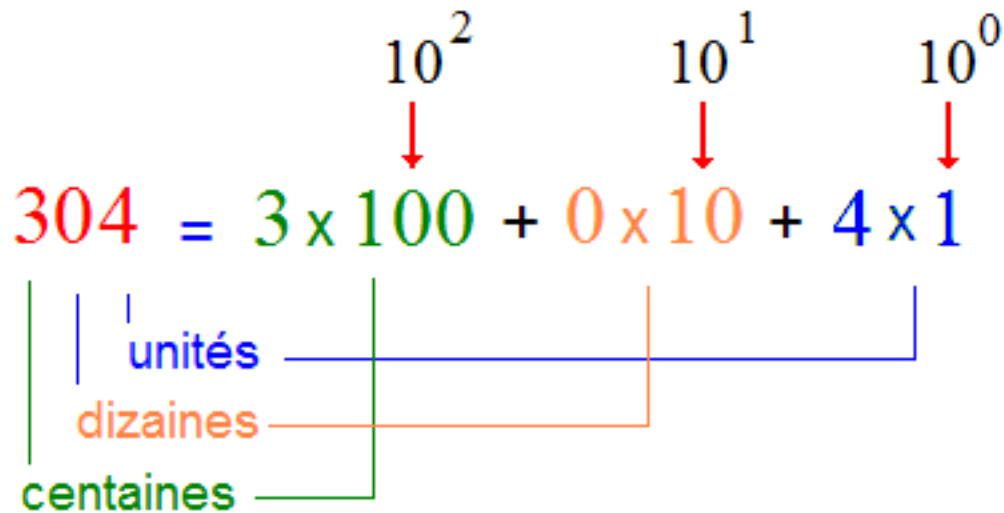
→ Différentes façons d'écrire un nombre.

I – 2. Systèmes purement positionnels

- Définition : *Un système de numération est positionnel si la valeur d'un symbole dépend de sa position.*
- Un système positionnel est caractérisé par sa **base (b)**, c'est à dire le nombre de symboles utilisés pour écrire ses nombres. A chaque symbole est associée une valeur comprise entre 0 et $b-1$. **A**
 - Système décimal, base 10 : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
 - Système binaire, base 2 : 0,1
 - Système octal, base 8 : 0,1,2,3,4,5,6,7
 - Système hexadécimal, base 16 : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F **B**

I – 2. Systèmes purement positionnels

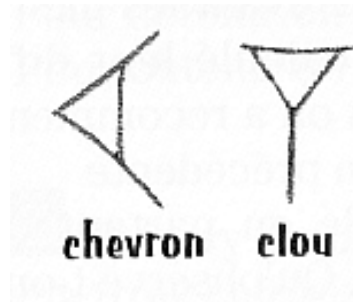
- Définition : *Un système de numération est positionnel si la valeur d'un symbole dépend de sa position.*
- Un système positionnel est caractérisé par sa **base (b)**, c'est à dire le nombre de symboles utilisés pour écrire ses nombres. A chaque symbole est associée une valeur comprise entre 0 et b-1 .

$$304 = 3 \times 100 + 0 \times 10 + 4 \times 1$$


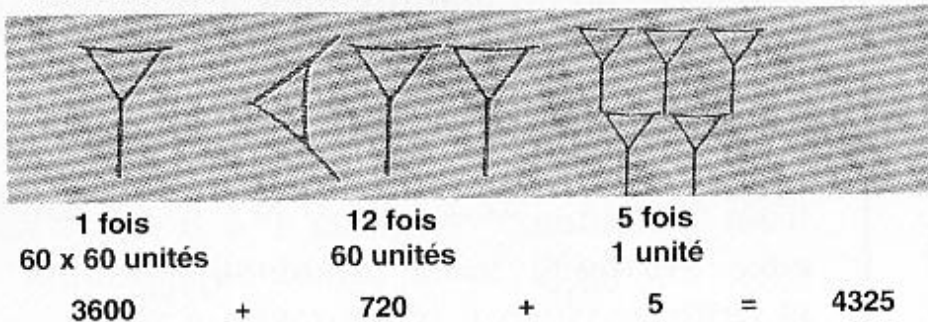
unités
dizaines
centaines

I – 3. Systèmes mixtes : l'exemple Babylonien

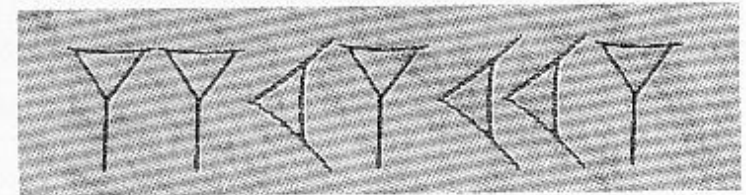
- Additif positionnel
- Base 60
- 2 symboles :



Écriture du nombre 4325



À quel nombre correspond l'écriture ?



II. Le cas des systèmes de numération positionnels

Soit un nombre entier positif N représenté par la chaîne de bits :

$$a_k a_{k-1} \dots a_2 a_1 a_0$$

Sans information supplémentaire, son interprétation est ambiguë, on ne sait pas dans quelle base interpréter celle-ci.

$$\ll 10 \gg \Leftrightarrow 10_{10} ?$$

$$\ll 10 \gg \Leftrightarrow 2_{10} ?$$

Si le contexte est ambigu, on précise la base utilisée :

$$(a_k a_{k-1} \dots a_2 a_1 a_0)_b$$

L'interprétation de cette chaîne est alors donnée par la formule suivante :

$$a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_2 b^2 + a_1 b^1 + a_0 b^0$$

- Exemples :

- $101_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 = 5_{10}$

- $136_8 = 6 \cdot 8^0 + 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^2 = 6 + 24 + 64 = 94_{10}$

- $3A_{16} = 10 \cdot 16^0 + 3 \cdot 16^1 = 58_{10}$

- $10_{10} = 10_{10}$

- $10_2 = 2_{10}$

- Tout entier naturel peut être représenté par une suite finie de symboles.
- Dans les systèmes positionnels, il n'y a qu'une seule façon d'écrire chaque entier.

II -1. Conversion d'un nombre décimal en sa représentation en base **b**

a. Méthode empirique

Cf tableau

b. Division Euclidienne

Cf tableau

Exo 2

II -2. Conversion d'un nombre écrit en base **b** en sa représentation décimale

a. Changement de base

Cf tableau

b. Calcul direct

Cf tableau

c. Méthode de Horner

Cf tableau

Exo3 puis H et O puis 4,5,6