

# Principes de fonctionnement des machines binaires

Cédric Herpson

[cedric.herspson@lip6.fr](mailto:cedric.herspson@lip6.fr)

<http://www-desir.lip6.fr/~herspsonc/pf1.htm>

Le contenu de ces transparents est basé sur les cours de Jean-Marie Rifflet (Paris 7), Frédéric Goualard (Nantes) et Lucien Ungaro (Rennes1)

<http://www.pps.jussieu.fr/~rifflet/enseignements/PF1/#Contenu>

Architecture générale des ordinateurs (1 séance)

### Partie 1

- **Représentation des nombres.** (5 séances)
  - Changements de bases, Euclide, Horner
  - Représentation des entiers, flottants, nombres négatifs
- **Codage** (2 séances)
  - Théorie des codes
  - Image/son

### Partie 2

- **Calcul propositionnel** (2 séances)
  - Operateurs logiques, tables de vérité, lois de Morgan
- **Circuits logiques** (2 séances)
  - Diagrammes de Karnaugh, additionneurs, multiplexeurs, codage/décodage

### Partie 3

- **Langage machine** (1 séance)
  - Instructions, modes d'adressages

# Systemes de numération

## I. Différents systèmes de numération

1. Systèmes additifs
2. Systèmes purement positionnels
3. Systèmes de numération mixtes

## II. Le cas des systèmes de numération positionnels

1. Conversion représentation décimale  $\rightarrow$  base  $b$
2. Conversion base  $b \rightarrow$  représentation décimale

## III. Retour en primaire (+, -, \*)

1. Base 2
2. Base 16

## IV. Et avec une virgule ?

# I. Différents systèmes de numération

Définition: La **numération** désigne le mode de représentation des nombres.








## 1. Systèmes additifs

- Chaque caractère utilisé dans la représentation d'un nombre à une valeur indépendante de sa position
- Le nombre représenté est la somme des nombres associés aux symboles qui composent sa représentation.
  - Numération égyptienne,
  - Numération grecque,
  - Numération romaine,
  - Numération forestière,...



































# L'exemple de la numération Egyptienne

## A propos de la numération Egyptienne

Les 7 signes utilisés pour écrire les nombres

						
1	10	100	1000	10000	100000	1000000

Quelques nombres

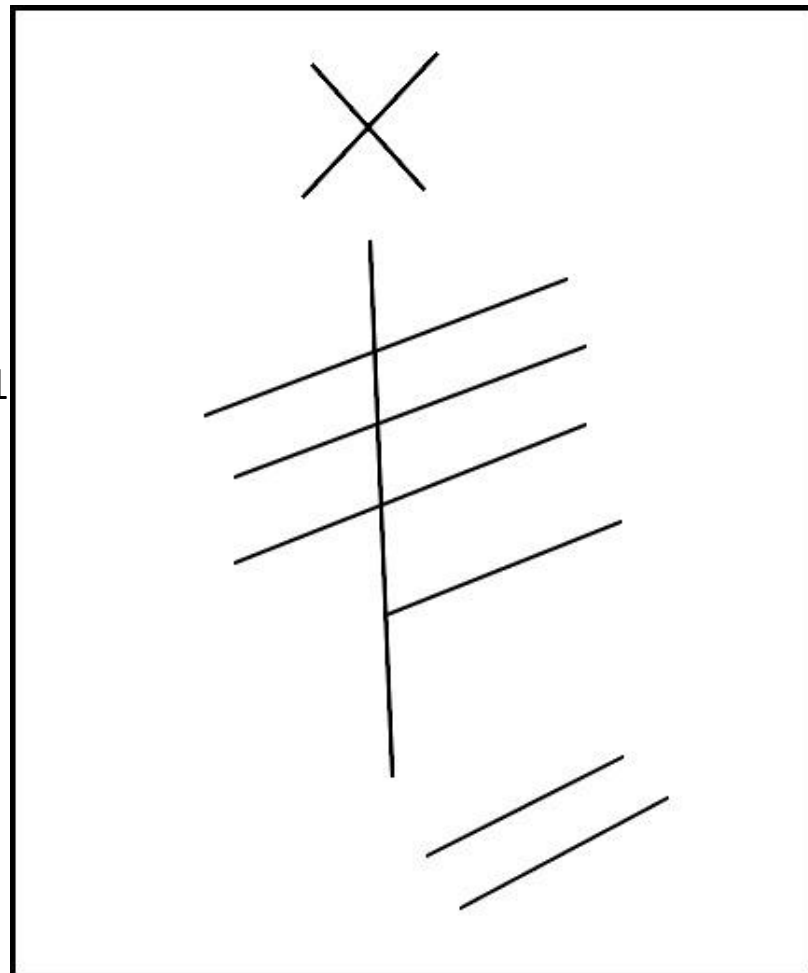
								
								
								
								
								
								10 016
								100 200
								1 000 030

# La numération Forestière

Identification des arbres pour la vente ou l'affouage

- Une ligne de référence
- Une croix (au-dessus de la ligne) = 100
- Un trait traversant la ligne = 10
- Un trait s'arrêtant sur la ligne de référence = 5
- Un trait oblique placé en dessous et à droite = 1

Ici :  $100+10*3+5+2*1=137$



# La numération Romaine

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

4538 ⇔ MMMM DXXX VIII

Variante soustractive :

- Le I placé avant le V ou le X correspond à une soustraction
- Le X placé avant le L ou le C correspond à une soustraction
- Le C placé avant le D ou le M correspond à une soustraction

XLV = 45

EXO 1

# La numération Romaine

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

4538 ⇔ MMMM DXXX VIII

Variante soustractive :

- Le I placé avant le V ou le X correspond à une soustraction
- Le X placé avant le L ou le C correspond à une soustraction
- Le C placé avant le D ou le M correspond à une soustraction
  
- XLV ⇔ 45 et 54 ? LIV
- MMMM CM XC IX ? ⇔  $10 - 1 + 100 - 10 + 1\ 000 - 100 + 1\ 000 * 4 = 4\ 999$
- 1999 ? ⇔ M CM XC IX ou M CM XC VIII ou autre

→ Différentes façons d'écrire un nombre.

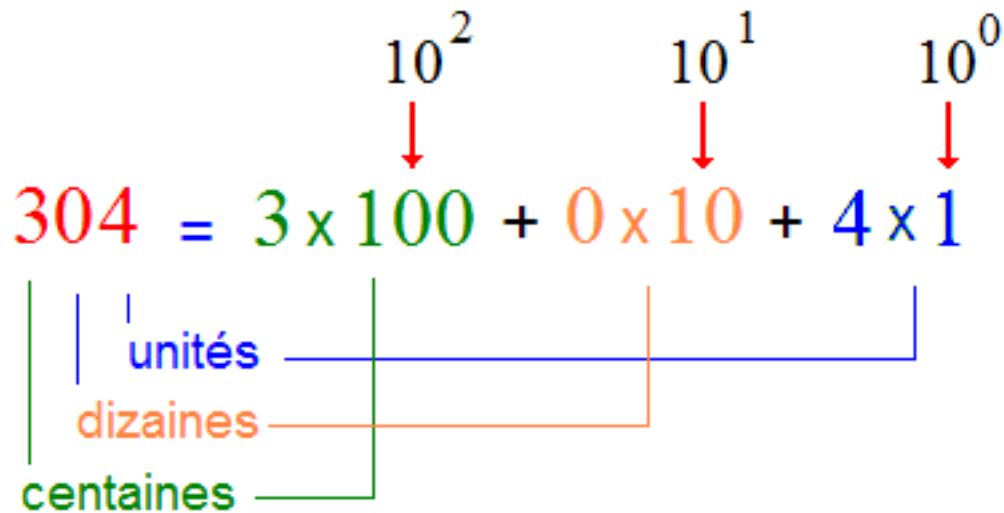


# I – 2. Systèmes purement positionnels

- Définition : *Un système de numération est positionnel si la valeur d'un symbole dépend de sa position.*
- Un système positionnel est caractérisé par sa **base (b)**, c'est à dire le nombre de symboles utilisés pour écrire ses nombres. A chaque symbole est associée une valeur comprise entre 0 et  $b-1$  . **A**
  - Système décimal, base 10 : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
  - Système binaire, base 2 : 0,1
  - Système octal, base 8 : 0,1,2,3,4,5,6,7
  - Système hexadécimal, base 16 : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F **B**

# I – 2. Systèmes purement positionnels

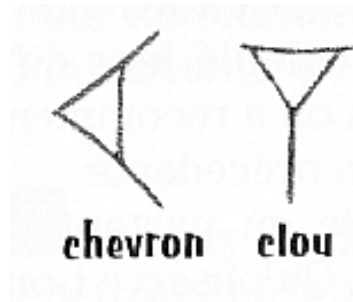
- Définition : *Un système de numération est positionnel si la valeur d'un symbole dépend de sa position.*
- Un système positionnel est caractérisé par sa **base (b)**, c'est à dire le nombre de symboles utilisés pour écrire ses nombres. A chaque symbole est associée une valeur comprise entre 0 et b-1 .

$$304 = 3 \times 100 + 0 \times 10 + 4 \times 1$$


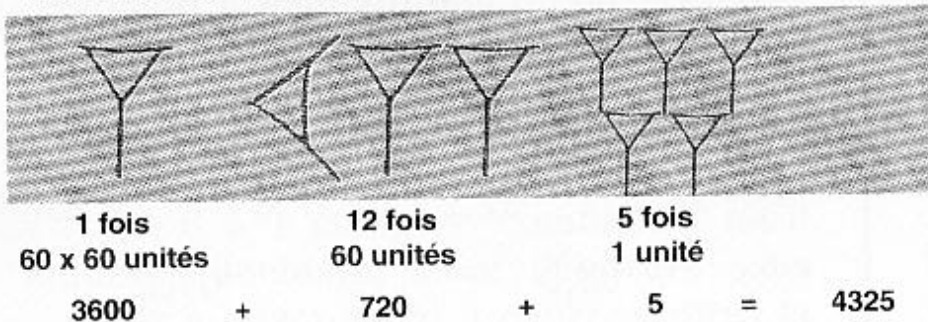
unités  
dizaines  
centaines

# I – 3. Systèmes mixtes : l'exemple Babylonien

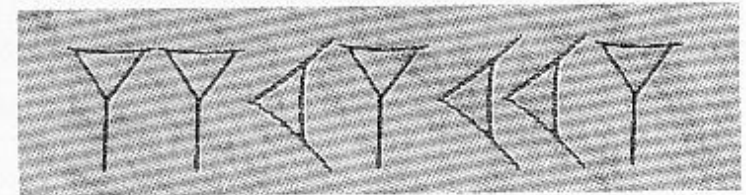
- Additif positionnel
- Base 60
- 2 symboles :



Écriture du nombre 4325



À quel nombre correspond l'écriture ?



## II. Le cas des systèmes de numération positionnels

Soit un nombre entier positif  $N$  représenté par la chaîne de bits :

$$a_k a_{k-1} \dots a_2 a_1 a_0$$

Sans information supplémentaire, son interprétation est ambiguë, on ne sait pas dans quelle base interpréter celle-ci.

$$\ll 10 \gg \Leftrightarrow 10_{10} ?$$

$$\ll 10 \gg \Leftrightarrow 2_{10} ?$$

Si le contexte est ambigu, on précise la base utilisée :

$$(a_k a_{k-1} \dots a_2 a_1 a_0)_b$$

L'interprétation de cette chaîne est alors donnée par la formule suivante :

$$a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_2 b^2 + a_1 b^1 + a_0 b^0$$

- Exemples :

- $101_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 = 5_{10}$

- $136_8 = 6 \cdot 8^0 + 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^2 = 6 + 24 + 64 = 94_{10}$

- $3A_{16} = 10 \cdot 16^0 + 3 \cdot 16^1 = 58_{10}$

- $10_{10} = 10_{10}$

- $10_2 = 2_{10}$

- Tout entier naturel peut être représenté par une suite finie de symboles.
- Dans les systèmes positionnels, il n'y a qu'une seule façon d'écrire chaque entier.

# II -1. Conversion d'un nombre décimal en sa représentation en base **b**

## *a. Méthode empirique*

Cf tableau

## *b. Division Euclidienne*

Cf tableau

**Exo 2**

# II -2. Conversion d'un nombre écrit en base **b** en sa représentation décimale

*a. Changement de base*

Cf tableau

*b. Calcul direct*

Cf tableau

*c. Méthode de Horner*

Cf tableau

Exo3 puis H et O puis 4,5,6

# III – Retour en primaire (+, -,\*)

Suite au prochain cours